

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР  
АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
Кафедра экспериментальной физики

ВЫНУЖДЕННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ  
Лабораторная работа

УДК 530.10

Вынужденные электрические колебания: метод. указания к лабораторной работе по общей физике для специальности «физика». Барнаул: изд. АГУ, 1989, 17 с.

П е ч а т а е т с я

По решению кафедры экспериментальной физики и методического совета физического факультета

Составители: В.П. Кандауров, инженер;  
В.М. Сычев, к.ф.-м.н.  
В.В. Чертищев, к.ф.-м.н.

Рецензент: Утемесов М.А. , к.т.н.

План издания УМД АГУ 1989г., п.133

Алтайский государственный университет

Цель работы: изучение колебательных процессов на примере вынужденных электрических колебаний.

Принадлежности: генератор низкочастотный ГЗ-56/1, вольтметр ВЗ-38, магазин емкостей Р544, магазин сопротивлений МСР-60М, набор индуктивностей.

## 1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Среди различных видов движений в физических системах особо важное значение имеют периодические движения или колебания. Под колебаниями понимают всякий периодический или почти периодический процесс, в котором значения той или иной физической величины повторяются точно или приближенно через равные или почти равные промежутки времени.

К очень распространенному типу колебательных движений относятся так называемые малые колебания, которые система совершает вблизи своего положения устойчивого равновесия. В настоящей работе мы будем рассматривать малые вынужденные колебания в электрическом последовательном колебательном контуре. Так называется система, состоящая из последовательно соединенных катушки индуктивности  $L$ , конденсатора  $C$  и омического сопротивления  $R$ , причем под  $R$  понимается активное сопротивление всей цепи, в том числе активное сопротивление катушки, соединительных проводов, внутреннее сопротивление источника (рис. 1).

Закономерности, которые наблюдаются при вынужденных колебаниях в таком простом электрическом контуре, являются совершенно общими для малых колебаний различной природы (механических, электромагнитных, в том числе световых, акустических и других). К числу этих закономерностей относится явление резонанса, сдвиг фаз между вынуждающей силой и вынужденными колебаниями, все особенности амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик, в частности, поведение при малой и большой частоте, зависимость формы характеристик от уровня потерь системы. Хорошо изучив электрические колебания, можно с успехом анализировать путем аналогий колебательные процессы в любых других колебательных системах.

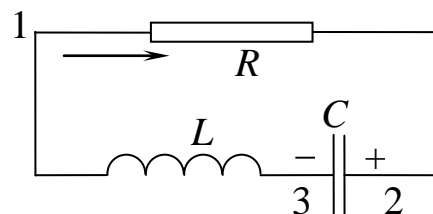


Рис. 1. Схема последовательного колебательного контура.

# 1. Свободные и вынужденные колебания в колебательном контуре

## 1.1. Свободные колебания в контуре

Рассмотрим контур, состоящий из последовательно соединенных катушки индуктивности  $L$ , конденсатора  $C$  и сопротивления  $R$  (рис. 1). Считаем, что внешний источник (не показан на схеме) задал начальный заряд конденсатора  $q_0$  и начальный ток в контуре  $I_0$  и сразу был отключен. Обозначим разность потенциалов на конденсаторе через  $V$ :  $V = \varphi_2 - \varphi_3$  (см. рис. 1), а ток, текущий в контуре, через  $I$ . Падение напряжения на сопротивлении  $R$  равно  $IR$ . Сумма падений напряжения на элементах цепи равна сумме ЭДС источника и ЭДС самоиндукции  $-L(dI/dt)$ :

$$RI + V = \mathcal{E} - L \frac{dI}{dt}. \quad (1)$$

Выразим  $V$  через заряд конденсатора  $q$ :

$$L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{q}{C} = 0.$$

Продифференцируем полученное уравнение по времени. Ток, заряжающий конденсатор, условимся считать положительным. Тогда  $I(t) = dq(t)/dt$ . Учитывая это, найдем

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = 0. \quad (2)$$

Разделим уравнение на  $L$  и введем обозначения

$$\delta = R/(2L), \quad \omega_0^2 = 1/(LC); \quad (3)$$

$\delta$  носит название показателя затухания, а  $\omega_0$  – собственной частоты контура. Наше уравнение примет теперь вид

$$\ddot{I} + 2\delta\dot{I} + \omega_0^2 I = 0. \quad (4)$$

Легко показать, что точно такой же вид имеют уравнения для заряда конденсатора  $q$  и напряжения  $V$ .

Уравнениями вида (4) описывается обширный класс колебательных систем как электрических, так и механических (маятник). Уравнение (4) проще всего решать с помощью подстановки

$$I = Ae^{\lambda t}. \quad (5)$$

Подстановка (5) в (4) приводит к так называемому характеристическому уравнению  $\lambda^2 + 2\delta\lambda + \omega_0^2 = 0$ . Это уравнение определяет два возможных значения  $\lambda$ :

$$\lambda_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}, \quad \lambda_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}.$$

Величина  $A$  остается произвольной. Общее решение (4) имеет, следовательно, вид

$$I = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t}. \quad (7)$$

Ток  $I$ , определенный выражением (7), является решением (4) при любых значениях  $A$  и  $B$ . Эти константы определяются начальными условиями задачи. Чаще всего в начальный момент времени ток в контуре отсутствует ( $I=0$ ) и задан начальный заряд конденсатора  $q_0$  или напряжение на нем  $V_0$ . Положив в (7)  $t=0$ , получим

$$A + B = 0. \quad (8)$$

Подстановка  $I=0$ ,  $V=V_0$  в (1) дает

$$\left(\frac{dI}{dt}\right)_0 + \frac{V_0}{L} = 0. \quad (9)$$

Вычисляя из (7)  $dI/dt$  при  $t=0$ , найдем с помощью (9)

$$\lambda_1 A + \lambda_2 B + \frac{V_0}{L} = 0. \quad (10)$$

Уравнения (8) и (10) позволяют найти  $A$  и  $B$ :

$$A = -\frac{V_0}{2L\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}}, \quad B = \frac{V_0}{2L\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}}.$$

Для упрощения записи введем обозначение

$$\kappa = \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} \quad (11)$$

и подставим полученные значения  $A$  и  $B$  в (7):

$$I = -\frac{V_0}{L\kappa} e^{-\delta t} \frac{e^{\kappa t} - e^{-\kappa t}}{2}. \quad (12)$$

В зависимости от соотношения между  $\delta$  и  $\omega_0$  ток в контуре может по-разному меняться во времени.

1) Рассмотрим прежде всего случай, когда затухание мало:

$$\delta < \omega_0, \quad (13)$$

$\kappa$  является в этом случае мнимой величиной:

$$\kappa = i\omega. \quad (14)$$

Подставляя (14) в (12), найдем

$$I = -\frac{V_0}{L\omega} e^{-\delta t} \frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}}{2i} = -\frac{V_0}{L\omega} e^{-\delta t} \sin \omega t. \quad (15)$$

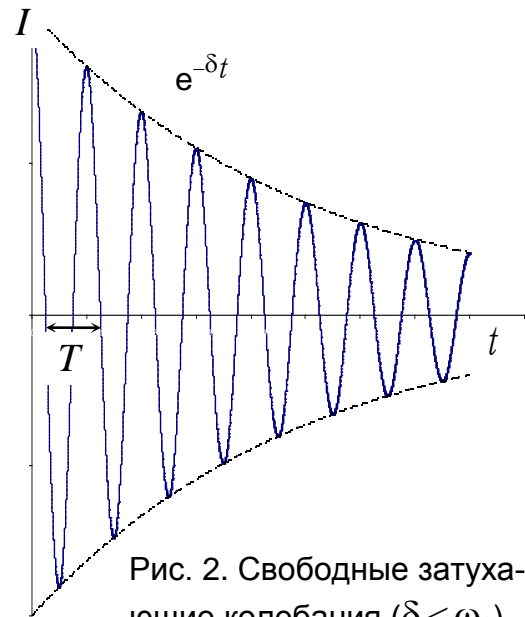


Рис. 2. Свободные затухающие колебания ( $\delta < \omega_0$ )

Как видно из (15), ток в контуре носит колебательный характер. Аргумент синуса представляет собой фазу колебания. График изменения тока изображен на рис. 2. Амплитуда колебаний экспоненциально убывает. Величина  $\delta$  определяет затухание колебаний. Угловая частота колебаний равна  $\omega$ . Как видно из (11) и (14), при  $\delta \ll \omega_0$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \approx \omega_0 \left( 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\delta^2}{\omega_0^2} \right) \approx \omega_0. \quad (16)$$

Частота колебаний в этом случае практически совпадает с  $\omega_0$ . Заметим, что при  $\delta \neq 0$  ток не является вполне периодической функцией времени, так как

$$I(t) \neq I(t + \Delta t).$$

Говорить о периоде этой функции можно только в том смысле, что она принимает нулевые значения через равные промежутки времени.

Свойства колебательного контура часто характеризуют, указывая его добротность или логарифмический декремент затухания. Введем эти понятия.

Согласно (15) амплитуда  $n$ -го колебания  $I_n$  и амплитуда  $n + 1$ -го колебания  $I_{n+1}$  относятся как

$$I_n/I_{n+1} = e^{\delta k T}, \quad (17)$$

где  $T$  – период колебания, равный

$$T = 2\pi/\omega. \quad (18)$$

Логарифмическим декрементом затухания  $\nu$  называется величина

$$\nu = \delta T = \frac{1}{k} \ln \frac{I_n}{I_{n+k}} = \ln \frac{I_n}{I_{n+1}}. \quad (19)$$

Если за  $k$  колебаний амплитуда колебаний уменьшается в  $e$  раз, то  $\nu = 1/k$ . Логарифмический декремент затухания можно определить, следовательно, как величину, обратную числу периодов, за время которых амплитуда колебаний уменьшается в  $e$  раз.

Добротность контура  $Q$  определяется с помощью соотношения

$$Q = \frac{\pi}{\nu} = \frac{\pi}{\delta T} = \frac{\omega}{2\delta} = \frac{\omega L}{R}. \quad (20)$$

Чем меньше логарифмический декремент затухания, тем выше добротность контура. С помощью (16) и (3) найдем, что при малом затухании

$$Q = \omega_0 L/R = 1/(\omega_0 RC). \quad (21)$$

Рассмотрим физический смысл добротности (в случае малых потерь). Энергия  $W_0$ , запасенная в контуре в начале цикла, равна

$q^2/(2C)$ , а через период составляет  $W(t) = \frac{q_{0c}^2}{2C} e^{-2\delta T}$ . За цикл теряет-ся энергия  $\Delta W$ :

Таким образом,

$$\Delta W(t) = W_0(1 - e^{-2\delta T}) \approx W_0 2\delta T = W_0 \frac{2\pi}{Q}.$$

Добротность определяет, во сколько раз энергия, запасенная в контуре, превосходит среднюю потерю энергии за промежуток времени, в течение которого фаза колебания меняется на 1 радиан.

2) Рассмотрим теперь случай

$$\delta = \omega_0; \quad (23)$$

при этом  $\kappa$ , а следовательно, и  $\omega$  равны нулю. Предельный переход при  $\omega \rightarrow 0$  в (15) дает

$$I = -\frac{V_0}{L\omega} e^{-\delta t} \sin \omega t \rightarrow -\frac{V_0}{L\omega} (\omega t) e^{-\delta t} = -\frac{V_0}{L} t e^{-\delta t}. \quad (24)$$

Зависимость тока от времени в этом случае изображена на рис. 3.

Ток в контуре не имеет колебательного характера и является аperiодическим. Равенство (23) определяет так называемые критические условия опыта. Величина сопротивления  $R_{кр}$ , при котором осуществляется критический режим, называется критическим сопротивлением. С помощью (3) легко получить

$$R_{кр} = 2\sqrt{L/C}. \quad (25)$$

3) Обратимся теперь к случаю

$$\delta > \omega_0. \quad (26)$$

Оба корня характеристического уравнения являются в этом случае вещественными. Уравнение (12) может быть при этом записано в виде

$$I = -\frac{V_0}{L\kappa} e^{-\delta t} \text{sh}(\kappa t). \quad (27)$$

Кривая зависимости тока от времени, соответствующая (27), изображена на рис. 4. Как видно из графика, процесс является аperiодическим.

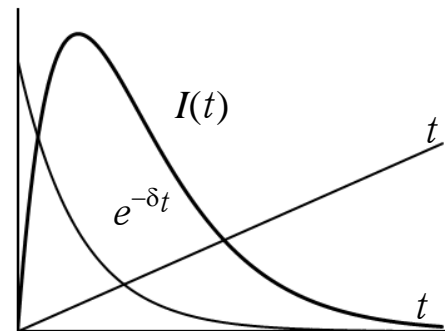


Рис. 3. Случай критического затухания ( $\delta = \omega_0$ ).

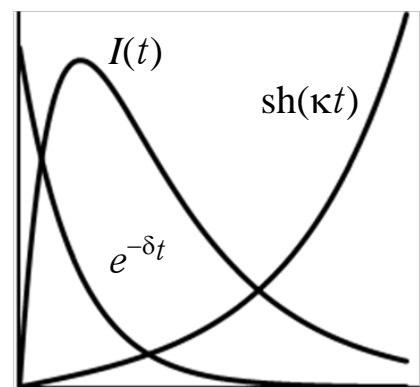


Рис. 4. Аperiодический процесс ( $\delta > \omega_0$ ).

## 1.2. Вынужденные колебания. Метод комплексных амплитуд

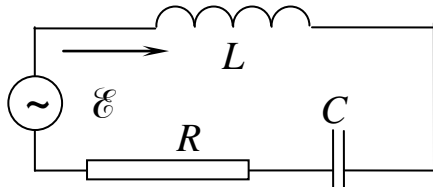


Рис. 5. Последовательный контур с включенной ЭДС

Рассмотрим теперь процессы, протекающие в контуре, подсоединенном к источнику внешней ЭДС, изменяющейся по синусоидальному закону (рис. 5):

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos \Omega t.$$

В этом случае вместо (1) имеем

$$L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{q}{C} = \mathcal{E}_0 \cos \Omega t.$$

Продифференцируем полученное уравнение по времени. Учтывая, что  $I = dq/dt$ , найдем

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = \mathcal{E}_0 \cos \Omega t. \quad (29)$$

Решение линейного дифференциального уравнения (29) с правой частью состоит из общего решения однородного уравнения (которое уже было получено в предыдущем параграфе) и какого-нибудь частного решения уравнения с правой частью. Для нахождения этого решения воспользуемся методом комплексных амплитуд. Этот метод основан на следующем утверждении. Пусть некоторая комплексная функция является решением линейного дифференциального уравнения с вещественными коэффициентами и комплексной правой частью. Тогда вещественная часть этой функции является решением того же уравнения, в правой части которого стоит вещественная часть прежнего выражения, а мнимая часть — решением уравнения с мнимой правой частью.

Исходя из сказанного, заменим (29) уравнением с комплексной правой частью

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = \mathcal{E}_0 e^{i\Omega t}. \quad (30)$$

Правая часть (29) является вещественной частью правой части (30). Решив уравнение (30), мы получим комплексное выражение для тока. Вещественная часть этого решения является, согласно указанному выше утверждению, решением исходного уравнения (29).

Будем искать решение (30) в виде

$$\hat{I} = \hat{I}_0 e^{i\Omega t}. \quad (31)$$

где  $\hat{I}$  — комплексная амплитуда тока («крышкой» сверху будем обо-



значать комплексные величины, индексом 0 – амплитудные значения). Подставляя (31) в (30) и сокращая на  $e^{i\Omega t}$ , найдем

$$\widehat{I}_0 \left[ R + i \left( \Omega L - \frac{1}{\Omega C} \right) \right] = \mathcal{E}_0. \quad (32)$$

Величина, стоящая в квадратных скобках, носит название импеданса контура и обозначается обычно буквой  $\widehat{Z}$ ,

$$\widehat{Z} = R + i \left( \Omega L - \frac{1}{\Omega C} \right). \quad (33)$$

Выражение для  $\widehat{Z}$  не зависит от начальных условий, не содержит ни токов, ни напряжений и определяется только свойствами элементов, соединенных в контур. Импеданс является, таким образом, характеристикой контура. Подстановка (33) в (32) дает

$$\mathcal{E}_0 = \widehat{Z} \widehat{I}_0. \quad (34)$$

Полученное выражение полностью эквивалентно закону Ома. Роль сопротивления играет в нем импеданс контура  $\widehat{Z}$ . Равенство (34) обладает характерной особенностью: правая его часть содержит произведение двух комплексных величин, а левая является действительной. Легко видеть, что это обстоятельство не носит принципиального характера и является случайным. Возьмем вместо (28) несколько более общее выражение для синусоидальной ЭДС

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos(\Omega t + \varphi). \quad (35)$$

Начальная фаза  $\varphi$  определяет начальные условия: в самом деле, при  $t=0$  напряжение не обязательно должно проходить через максимум, как это молчаливо предполагалось при написании (28). При переходе к (30) в правой части уравнения будет стоять уже не  $\mathcal{E}_0 e^{i\Omega t}$ , а  $\widehat{\mathcal{E}}_0 e^{i\Omega t}$ , где  $\widehat{\mathcal{E}}_0$  является комплексной величиной,

$$\widehat{\mathcal{E}}_0 = \mathcal{E}_0 e^{i\varphi}.$$

Связь между током и напряжением в этом случае снова определяется импедансом контура  $\widehat{Z}$ , но вместо (34) следует писать

$$\widehat{\mathcal{E}}_0 = \widehat{Z} \widehat{I}_0. \quad (36)$$

Уравнение (36) имеет вполне общий характер.

Исследуем несколько более подробно свойства импеданса  $\widehat{Z}$ . Выражение для  $\widehat{Z}$  содержит действительную часть, называемую обычно активным сопротивлением контура, и мнимую часть, носящую название реактивного сопротивления или реактанса. Пра-

вила сложения импедансов при последовательном и параллельном включении элементов те же, что и для обыкновенных сопротивлений. Импеданс индуктивности равен  $i\Omega L$ , импеданс емкости равен  $-i/\Omega C$ , импеданс сопротивления – просто  $R$ .

Подставим  $\widehat{Z}$  в показательной форме:

$$\widehat{Z} = Z_0 e^{i\psi}, \quad Z_0 = \sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}, \quad \psi = \arctg \frac{\Omega L - \frac{1}{\Omega C}}{R}. \quad (37)$$

Разрешим уравнение (36) относительно  $\widehat{I}_0$  и перейдем от комплексного к действительному выражению для тока. Как было сказано выше, для этого достаточно взять действительную часть  $\widehat{I}$ :

$$\begin{aligned} I = \operatorname{Re}(\widehat{I}_0 e^{i\Omega t}) &= \operatorname{Re}\left(\frac{\widehat{\mathcal{E}}_0}{\widehat{Z}_0} e^{i\Omega t}\right) = \operatorname{Re}\left(\frac{\mathcal{E}_0 e^{i\varphi}}{Z_0 e^{i\psi}} e^{i\Omega t}\right) = \\ &= \frac{\mathcal{E}_0}{Z_0} \cos(\Omega t + \varphi - \psi). \end{aligned} \quad (38)$$

Сравнивая (38) с (35), найдем, что ток отстает от напряжения по фазе на величину  $\psi$ , определяемую отношением мнимой и действительной частей импеданса. Амплитуда колебаний обратно пропорциональна модулю импеданса  $Z_0$ .

Метод комплексных амплитуд облегчает решение многих задач, так как сводит решение дифференциальных уравнений к решению обыкновенных уравнений и позволяет избежать утомительных вычислений с тригонометрическими функциями. При этом следует иметь, конечно, в виду, что метод позволяет определять отнюдь не общее решение исходного уравнения, а лишь одно из его частных решений. Чтобы получить общее решение, нужно прибавить к найденному сумму (с произвольными коэффициентами) двух независимых решений уравнения без правой части. Как мы видели выше, решения однородного уравнения (без правой части) затухают. Через достаточно долгий промежуток времени их вклад всегда становится исчезающе мал. Метод комплексных амплитуд позволяет получить, таким образом, установившееся решение, к которому рано или поздно система обязательно придет.

Особенно важен метод комплексных амплитуд в теории переменных токов, где установившееся решение представляет главный интерес.

### 1.3. Резонанс

При выполнении условия  $\Omega L = 1/(\Omega C)$  импеданс последовательного контура резко падает и амплитуда колебаний соответственно возрастает (см. формулы (37) и (38)). Это условие определяет наступление резонанса. Сравнивая его с (3), найдем, что резонанс возникает при совпадении частоты  $\Omega$  внешнего источника с собственной частотой контура  $\omega_0$ .

Представляет интерес исследовать амплитуду колебаний вблизи резонанса (в резонансной области). Преобразуем для этого уравнения (36) и (37):

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{Z_0} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}} = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Omega L}{R} - \frac{1}{\Omega RC}\right)^2}}.$$

Заметим прежде всего, что  $\mathcal{E}_0/R$  равно  $I_0^p$ –амплитуде тока при точном резонансе. Выразим входящие в подкоренное выражение величины  $L/R$  и  $RC$  через собственную частоту и добротность контура с помощью (21):

$$\frac{I_0}{I_0^p} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\Omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\Omega}\right)^2}}. \quad (39)$$

Уравнение (39) определяет форму резонансной кривой. При отступлении частоты внешней ЭДС от  $\omega_0$  ток быстро падает. Это падение оказывается тем более резким, чем больше добротность контура  $Q$ . Особенно важны для применений контуры с большой добротностью  $Q$

$$Q \gg 1. \quad (40)$$

При выполнении условия (40) резонансный максимум оказывается узким, так что в области резонанса

$$\frac{\Delta\Omega}{\omega_0} = \frac{\Omega - \omega_0}{\omega_0} \ll 1. \quad (41)$$

Формула (39) может быть в этом случае упрощена. Заметим для этого, что

$$\frac{\Omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\Omega} = \frac{(\Omega - \omega_0) \cdot (\Omega + \omega_0)}{\omega_0 \Omega} \approx 2 \frac{\Delta\Omega}{\omega_0}. \quad (42)$$

Подстановка (42) в (39) дает

$$\frac{I_0}{I_0^p} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{2\Delta\Omega}{\omega_0} \right)^2}}. \quad (43)$$

Формула (43) верна для контуров с большим  $Q$ . Форма резонансной кривой для разных  $Q$  изображена на рис. 6. Если изображать резонансную кривую в координатах  $\Delta\Omega/\omega_0$  и  $I_0/I_0^p$ , то, как следует из (43), форма кривой зависит только от  $Q$ . Добротность контура поэтому может быть определена из формы резонансной кривой.

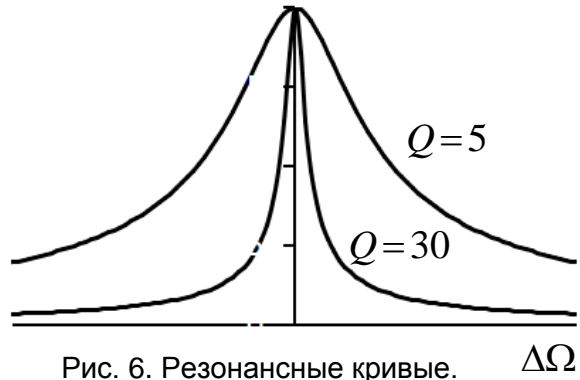


Рис. 6. Резонансные кривые.

Чаще всего форму резонансной кривой характеризуют шириной  $2\Delta\Omega$ , измеренной на уровне  $I_0^p/\sqrt{2}$ . Подставляя в (43)  $I_0/I_0^p = 1/\sqrt{2}$ , найдем, что ширина кривой и добротность связаны соотношением

$$2 \frac{\Delta\Omega}{\omega_0} \cdot \frac{2\Delta\Omega}{\omega_0} = \frac{2\Delta f}{f_0} = \frac{1}{Q}. \quad (44)$$

Это соотношение удобно для экспериментального определения добротности  $Q$ . Буквой  $f$  в (44) обозначена частота, измеренная в герцах,

$$f = \Omega/2\pi. \quad (45)$$

Другой удобный метод измерения  $Q$  основан на формулах (2.21). Замечая, что амплитуды напряжения на сопротивлении, емкости и индуктивности равны соответственно

$$V_{0R} = I_0 R, \quad V_{0C} = I_0/\Omega C, \quad V_{0L} = I_0 \Omega L. \quad (46)$$

найдем, что при резонансе

$$Q = V_{0C}/V_{0R}. \quad (47)$$

При больших  $Q$  амплитуда напряжения на емкости во много раз больше амплитуды напряжения на активном сопротивлении и во столько же раз превосходит ЭДС источника (для схемы, изображенной на рис. 5).

## 2. Порядок выполнения работы

### 2.1. Сборка электрической цепи

Соберите электрическую цепь по схеме, изображенной на рис. 7. Внешнее напряжение задается в исследуемый контур с сопротивлением  $R_1$ , которое вместе с  $R_2$  образует нагрузку многодиапазонного генератора синусоидального сигнала ГЗ-56/1,  $R_1=0.1$  Ом,  $R_2=50$  Ом. Напряжение на них подается с выходных гнезд генератора "⊥" и "⊚". Величина сопротивления  $R_1$  выбрана малой по сравнению с суммарным активным сопротивлением колебательного контура, так что в используемой установке фактически реализована схема, показанная на рис 1, которая была исследована нами теоретически. В качестве переменного сопротивления  $R$  используются магазин сопротивлений МСР-60М, а в качестве конденсатора – магазин емкостей Р544.

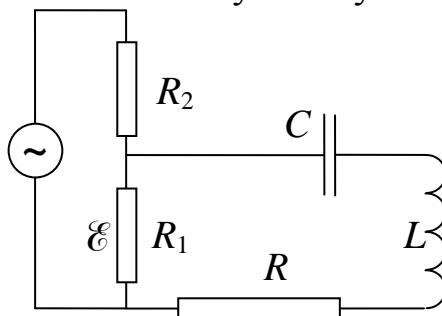
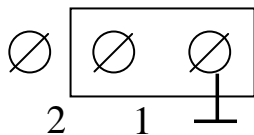


Рис. 7. Рабочая схема для получения амплитудных резонансных характеристик

### 2.2. Измерение резонансной частоты

Установив значение  $R=0$ ,  $C=0.0004$  мкФ = 400 пФ, опытным путем, пользуясь вольтметром  $V$  и осциллографом, следует выбрать поддиапазон генератора, включающий резонансную частоту. Делается это следующим образом: если в области резонанса плавно изменять частоту генератора в сторону увеличения (или уменьшения), то амплитуда сигнала на экране осциллографа и величина показаний вольтметра сначала растут, достигают максимального значения в момент резонанса, а затем начинают уменьшаться. Резонанс должен находиться в пределах от 100 до 200 кГц. Определив частоту собственных колебаний контура  $f_0$ , запишите ее в тетрадь. За значение  $f_0$  принимается частота колебаний генератора, на которой амплитуда колебаний достигает максимального значения. На шкалах генераторов всегда указывается частота  $f_0=1/T=\Omega/(2\pi)$ .

Замечание: при сборке колебательного контура необходимо учесть, что при следующей схеме подключения магазина емкостей:



начальная емкость магазина между зажимами магазина 1–2 составляет 200 пФ.

Таким образом, емкость между зажимами магазина 1–2 равняется набранному значению емкости плюс 200 пФ.

### **2.3. Измерение добротности контура по отношению напряжений в резонансе**

Установив  $R=0$ ,  $C=400$  пФ, выполните следующие процедуры. Настройтесь на резонансную частоту контура. Пользуясь ступенчатым переключателем ГЗ-56/1 («пределы шкалы вольтметра»), «Ослабление dB» и ручкой плавной регулировки «Рег. выхода», установите показания вольтметра ВЗ-38 на значение  $U_C(\omega_0)=1$  В. Если показания вольтметра будут зависеть от местоположения окружающих установку предметов, в частности, рук экспериментатора, то старайтесь считывать показания приборов в одних и тех же условиях, чтобы параметры, вносимые в контур, всегда были одинаковыми (будет ли уменьшаться влияние окружающих предметов на параметры схемы при увеличении емкости контура  $C$ ? Почему?).

Внимание! Установив амплитуду внешнего воздействия на контур (амплитуду напряжения на сопротивлении  $R_1$ ), во всех последующих измерениях поддерживайте ее неизменной при изменениях частоты, емкости, сопротивления. Запишите показание измерительного прибора ГЗ-56/1 и следите за тем, чтобы оно было одним и тем же при всех измерениях, и случае необходимости регулировки амплитуд генератора восстанавливайте его,

Отсоедините входные клеммы вольтметра ВЗ-38 от магазина емкостей и подключите вольтметр к источнику сигнала в контуре–сопротивлению  $R_1$ . Измерьте и запишите в тетрадь значение напряжения  $\mathcal{E}$ . Вычислите добротность контура  $Q=U_C(\omega_0)/\mathcal{E}$ . Оцените ширину резонансной кривой  $2\Delta\Omega=\omega_0/Q$ . После этого снова подсоедините вольтметр к конденсатору колебательного контура.

Проделайте такие же измерения и рассчитайте добротность контура и при емкостях 1600 пФ и 6400 пФ.

Снова установив  $C=400$  пФ, сделайте такие же измерения и рассчитайте добротность контура при  $R=30$  Ом и при  $R=100$  Ом.

## 2.4. Измерение амплитудно-частотных характеристик (АЧХ)

Для контура с  $R=0$ ,  $C=400$  пФ, изучите и измерьте зависимость амплитуды напряжения на конденсаторе  $U_C$  от частоты  $\Omega$  (не менее десяти точек на каждом из двух склонов резонансной кривой). Больше точек надо брать на тех частотах, где имеется самая сильная зависимость  $U_C(\Omega)$ , то есть вблизи частот  $\Omega = \omega_0(1 \pm 1/Q)$ . Аналогичные зависимости снимите также для значений  $C=0.0016$  мкФ и  $C=0.0064$  мкФ. Данные занесите в таблицу 1.

Таблица 1

$C=0.0004$ мкФ		$C=0.0016$ мкФ		$C=0.0064$ мкФ	
$U_C(\Omega)$ , мВ	$f = \Omega/(2\pi)$ , кГц	$U_C(\Omega)$ , мВ	$f = \Omega/(2\pi)$ , кГц	$U_C(\Omega)$ , мВ	$f = \Omega/(2\pi)$ , кГц

Замечание: если в процессе измерений возникла необходимость изменить предел измерения вольтметра ВЗ-38, то проверьте, совпадают ли измеренные на разных пределах напряжения при одной и той же частоте. Отсутствие такого совпадения может свидетельствовать о том, что входной импеданс вольтметра сравним с импедансом подключенной к нему цепи. В этом случае следует воздержаться от переключения пределов измерения, чтобы данная АЧХ целиком формировалась контуром с фиксированными параметрами  $R$ ,  $C$ , и  $L$ .

Во всех измерениях АЧХ достаточно ограничиться интервалом частот, где  $U_C(\Omega) > 0.1 U_C(\omega_0)$ .

## 2.5. Обработка АЧХ

По данным таблицы 1 постройте график АЧХ для трех значений  $C$  на одном листе миллиметровой бумаги так, чтобы ось была общей для всех трех зависимостей. По оси абсцисс откладывайте значения частот. Для удобства анализа полученных результатов и в целях экономии бумаги для каждого графика выберите свой масштаб частот.

Вычислите значения добротностей по ширине резонансной кривой  $Q = \omega_0/(2\Delta\Omega)$  для  $C=0.0004$  мкФ,  $C=0.0016$  мкФ и  $C=0.0064$  мкФ согласно п. 3. Заполните таблицу 2, внося в нее также и результаты, полученные в п. 2.3.

Соответствует ли значение резонансной частоты формуле  $\omega_0^2 = 1/(LC)$ ? Совпадают ли значения  $Q$ , измеренные разными способами? Зависят ли  $Q$  и  $U_C(\omega_0)$  от  $C$ ? Объясните полученные Вами результаты.

Таблица 2

$C$ , мкФ	0.0004	0.0016	0.0064
$f_0 = \omega_0/(2\pi)$ , кГц			
$Q = U_C(\omega_0)/\mathcal{E}$			
$Q = \omega_0/(2\Delta\Omega)$			

### 2.6. Изучение влияния потерь на форму АЧХ

В контур с емкостью, при которой добротность  $Q$  максимальна (по данным измерений в п. 4), по очереди введите сопротивления  $R = 10, 30, 100$  Ом. Для каждого из них измерьте зависимость амплитуды напряжения на конденсаторе  $C$  от частоты  $f$ . Данные занесите в таблицу 3.

Таблица 3

$R = 10$ Ом		$R = 30$ Ом		$R = 100$ Ом	
$U_C(\Omega)$ , мВ	$f = \Omega/(2\pi)$ , кГц	$U_C(\Omega)$ , мВ	$f = \Omega/(2\pi)$ , кГц	$U_C(\Omega)$ , мВ	$f = \Omega/(2\pi)$ , кГц

### 2.7. Обработка результатов по влиянию потерь на АЧХ

По данным таблиц 3 и 1 постройте графики АЧХ для 4-х значений  $R$  (0, 10, 30, 100 Ом) на одном листе миллиметровой бумаги так, чтобы ось ординат  $U_C$  была общей. По оси абсцисс откладывайте значения частоты. Двумя способами рассчитайте  $Q$ . Заполните таблицу 4.

Таблица 4

$R$ , Ом	0	10	30	100
$f_0 = \omega_0/(2\pi)$ , кГц				
$Q = U_C(\omega_0)/\mathcal{E}$				
$Q = \omega_0/(2\Delta\Omega)$				

Совпадают ли значения  $Q$ , измеренные разными способами?



Зависят ли  $Q$  и  $U_C(\Omega)$  от  $R$  при малых и больших  $R$ ? Соответствует ли значение резонансной частоты формуле

$$f_{\text{рез}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}.$$

На каких частотах потери почти не влияют и, наоборот, влияют наиболее сильно на форму АЧХ? Объясните полученные результаты.

### **2.8. Расчет индуктивности катушки**

Эксперименты, сделанные нами в предыдущих упражнениях, позволяют вычислить величину  $L$ . По известной величине емкости (лучше, взять 0.0016 или 0.0064 мкФ) и значению резонансной частоты определите величину индуктивности катушки колебательного контура  $L$ , воспользовавшись формулой

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (48)$$

Значение индуктивности определите и другим способом: так как  $2\delta = R/L = 2\Delta\Omega$  (см.(20)),

$$L = \frac{R}{2\Delta\Omega}. \quad (49)$$

Результаты, полученные по формулам (48), (49), сравните, для чего всю необходимую информацию следует взять из анализа одной и той же резонансной кривой. Оцените относительную погрешность для  $L$ .

### **Контрольные вопросы**

1. Какие процессы называются колебательными?
2. Дайте определение амплитуды, частоты, фазы и начальной фазы гармонического колебания.
3. На какой частоте происходят вынужденные колебания? На какой частоте происходят собственные колебания в контуре?
4. Что такое условие квазистационарности?
5. Получите дифференциальное уравнение для задачи о вынужденных электрических колебаниях.

6. Изобразите качественно графики зависимости модуля импеданса, амплитуды напряжения, тока от частоты для последовательного колебательного контура.
7. Почему амплитуда напряжения на конденсаторе или на индуктивности колебательного контура может быть значительно больше амплитуды вынуждающего напряжения?
8. Что такое резонанс?
9. Что такое добротность колебательного контура, каков физический смысл этого параметра?
10. Как изменится добротность колебательного контура при увеличении  $R$  в два раза? при увеличении  $C$  в два раза?
11. Поясните физический смысл логарифмического декремента затухания колебательного контура.
12. Укажите область применимости формул

$$Q = f_0 / (2\Delta f) \text{ и } Q = U_C(\omega_0) / \mathcal{E}.$$

### Литература

1. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм.–М.: Высшая школа» 1983.–463 с.
2. Калашников С. Г. Электричество –М.: Наука,1977. 592 с.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. III. Электричество.–М.: Наука, 1983. 668 с.
4. Пейн Г. Физика колебаний и волн.–М.: Мир, 1978. С. 60–83.
5. Лабораторные занятия по физике/ Под ред. Гольдина –М.: Наука, 1983. 704 с.
6. Методы физических измерений (Лабораторный практикум по физике)/ Под ред. Р. И. Солоухина. –Н.: Наука, 1975. 292 с.