

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Кафедра общей и экспериментальной физики

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ И
ТЕМПЕРАТУРЫ В ПЛАМЕНИ С ПОМОЩЬЮ
ИНТЕРФЕРОМЕТРА СДВИГА

Методические указания к лабораторной работе № 9

Составитель В. В. Чертищев (к.ф.-м.н., доцент) УДК 536

Исследование распределения плотности и температуры в пламени с помощью интерферометра сдвига: метод. указания к выполнению лабораторной работы по специальному физическому практикуму специализации «теплофизика» к спецкурсу «Оптические методы теплофизики» /Алт.гос.ун-т: составитель В.В. Чертищев. Барнаул, 2010, 12 с.

Рассмотрена связь показателя преломления с плотностью, температурой, давлением, составом среды, описан метод Шардина расчета распределения показателя преломления в осесимметричной слабой оптической неоднородности, излагается порядок выполнения работы. Даются контрольные вопросы, приводится список литературы.

Предназначено для студентов специальности 010701.65 «физика» специализации «теплофизика». Ил. 1. Библиогр. 7.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Основная цель работы – изучение методики расчета осесимметричных неоднородностей на основе обработки сдвиговых интерферограмм, исследование распределения плотности и температуры в пламени.

1. Краткая теория

1.1. Связь показателя преломления с плотностью, температурой, давлением и составом газа

Оптические методы исследований широко применяются для изучения различных газодинамических и плазменных процессов в аэродинамических и ударных трубах, плазмотронах, в плазменах и т.д. Оптические методы регистрации обладают существенными преимуществами перед контактными методами: они не вносят возмущений в поле течений, отличаются практической безинерционностью и высоким пространственным разрешением, позволяют проводить измерения в высокотемпературных, высокоскоростных потоках и получать информацию во всех точках регистрируемой области одновременно. Наибольшие возможности для получения количественных данных обо всём мгновенном поле течения около тел, нестационарной картине теплообмена предоставляет интерференционный метод. Интерферометр позволяет регистрировать изменение показателя преломления, а следовательно, в конечном счете, определять соответствующее распределение плотности среды: плотности вещества всегда сопровождается изменением его показателя преломления. Оптическим данным очень хорошо соответствует простое уравнение

$$\frac{n-1}{\rho} = const, \quad (1)$$

которое получило распространение под названием формулы Гладстона – Даля. Эту формулу легко получить из теоретически обоснованной формулы Лоренц – Лорентца

$$\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{\rho} = r$$

для значений показателя преломления, близких к единице. Постоянная r выражается через удельные рефракции r_k или молекулярные рефракции R_k входящих в данное вещество (смесь) компонентов с помощью соотношений

$$r = \sum_k a_k r_k = \frac{1}{\rho} \sum_k v_k R_k = \frac{v}{\rho} \sum_k C_k R_k$$

где v_k – молярная концентрация k -го компонента, v – молярная концентрация смеси (число молей в единице объёма), $C_k = v_k/v$ – относительная молярная, а $a_k = \rho_k/\rho$ – относительная массовая концентрация k -го компонента, $\rho_k = M_k v_k$ – парциальная плотность компонента, M_k – молярная масса этого компонента, ρ – плотность смеси. Соотношение (1) может быть записано также в виде

$$n - 1 = \frac{3}{2} \sum_k v_k R_k = \frac{3}{2} v \sum_k C_k R_k \quad (2)$$

В справочниках обычно приводят значения показателя преломления, а не удельной или молекулярной рефракции, при нормальных условиях для желтой линии натрия. Молекулярная рефракция некоторого компонента смеси может быть вычислена по формуле (2) с учетом уравнения состояния идеального газа

$$p = \frac{1}{V} \frac{m}{M} RT = \frac{\rho}{M} RT = v RT \quad (3)$$

Объединяя формулу (2), записанную для чистого компонента, с формулой (3), получим:

$$R_k = \frac{2}{3} \frac{n_k - 1}{v_k} = \frac{2}{3} \frac{n_k(p_0, T_0) - 1}{P_0} RT_0 \quad (4)$$

Используя формулы (4) и (3), перепишем формулу (2) для расчета показателя преломления смеси газов в виде

$$n - 1 = \frac{p}{P_0} \frac{T_0}{T} \sum_k [n_k(p_0, T_0) - 1] \cdot C_k \quad (5)$$

Согласно экспериментальным данным в теории Лорентца, удельная рефракция, а соответственно и показатель преломления вещества, зависят от частоты или длины волны света λ . Широко используется дисперсионная формула Коши

$$n_k(\lambda) - 1 = A_k \left(1 + \frac{B_k}{\lambda^2} + \frac{C_k}{\lambda^4} \right),$$

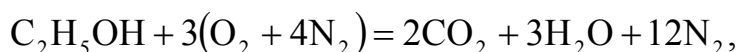
где параметры A_k , B_k и C_k не зависят от λ и определяются эмпирически измерением $n_k(\lambda)$ для трех различных значений λ . Часто при расчетах

ограничиваются только двумя первыми членами формулы Коши. В этом приближении формула (5) принимает вид

$$n - 1 = \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T} \sum_k A_k \left(1 + \frac{B_k}{\lambda^2} \right) \cdot C_k \quad (6)$$

Значения $n_k(\lambda_D)$, A_k и B_k для некоторых газов приведены в таблице 1 Приложения. Для вычисления показателя преломления воздуха можно воспользоваться таблицей 2 Приложения, в которой приведен состав сухого воздуха, и таблицей 3 давления насыщенного пара от температуры. Атмосферное давление равно сумме парциального давления водяного пара и парциальных давлений компонентов сухого воздуха, а парциальное давление водяного пара по известным относительной влажности и давлению насыщенного пара при данной температуре. Молярная концентрация водяного пара тогда может быть вычислена через парциальное давление по формуле (3).

Состав и молярные относительные концентрации продуктов горения спирта в воздухе вычисляются с помощью стехиометрического уравнения



где учтено, что на один моль кислорода воздух содержит приблизительно четыре моля азота; учет содержания в воздухе малых количеств других газов не приводит к заметному повышению точности вычисления показателя преломления продуктов горения. Таким образом в продуктах горения на один моль углекислого газа приходится полтора моля паров воды и шесть молей паров азота. Если обозначить через C_1 , C_2 , C_3 относительные молярные концентрации соответственно углекислоты, воды и азота в продуктах горения, получим $C_1 = 2/17$, $C_2 = 3/17$, $C_3 = 12/17$. Показатель преломления продуктов определяется формулой (6). Если известны поля концентраций C_1 – C_3 , а из интерферограммы получено поле показателя преломления, по известному давлению и полям перечисленных величин можно рассчитать поле температуры. Для этого выразим температуру с помощью формулы (6):

$$T = \frac{p}{p_0} \frac{T_0}{n - 1} \sum_k A_k \left(1 + \frac{B_k}{\lambda^2} \right) \cdot C_k. \quad (7)$$

1.2. Метод Шардина расчета осесимметричных неоднородностей

Круглое сечение осесимметричной неоднородности концентрическими окружностями разбивается на кольцевые зоны, в пределах каждой из которых показатель преломления принимается по-

стоянным. Для расчета показателя преломления берутся только те лучи, которые касаются внутренних границ зон, а также луч, проходящий через центр сечения. Пронумеруем их по возрастанию по мере приближения к оси симметрии (ось X). В пренебрежении рефракцией считаем, что каждый k -луч идет параллельно оси Z , так что значение $y = y_k$ остается для него неизменным. Запишем систему уравнений, связывающих оптические разности хода для этих лучей с показателем преломления в зонах:

$$\Delta_1 = 2\Delta n_1 \sqrt{r_0^2 - y_1^2}; \quad (8)$$

$$\Delta_2 = 2\Delta n_1 \left(\sqrt{r_0^2 - y_2^2} - \sqrt{r_1^2 - y_2^2} \right) + 2\Delta n_2 \sqrt{r_1^2 - y_2^2}; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Delta_k = & 2\Delta n_1 \left(\sqrt{r_0^2 - y_k^2} - \sqrt{r_1^2 - y_k^2} \right) + 2\Delta n_2 \left(\sqrt{r_1^2 - y_k^2} - \sqrt{r_2^2 - y_k^2} \right) + \dots + \\ & + 2\Delta n_j \left(\sqrt{r_{j-1}^2 - y_k^2} - \sqrt{r_j^2 - y_k^2} \right) + \dots + 2\Delta n_k \sqrt{r_{k-1}^2 - y_k^2}; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \Delta_m = & 2\Delta n_1 (r_0 - r_1) + 2\Delta n_2 (r_1 - r_2) + \dots + 2\Delta n_j (r_{j-1} - r_j) + \\ & + \dots + 2\Delta n_{m-1} (r_{m-2} - r_{m-1}) + 2\Delta n_m r_{m-1}, \end{aligned} \quad (11)$$

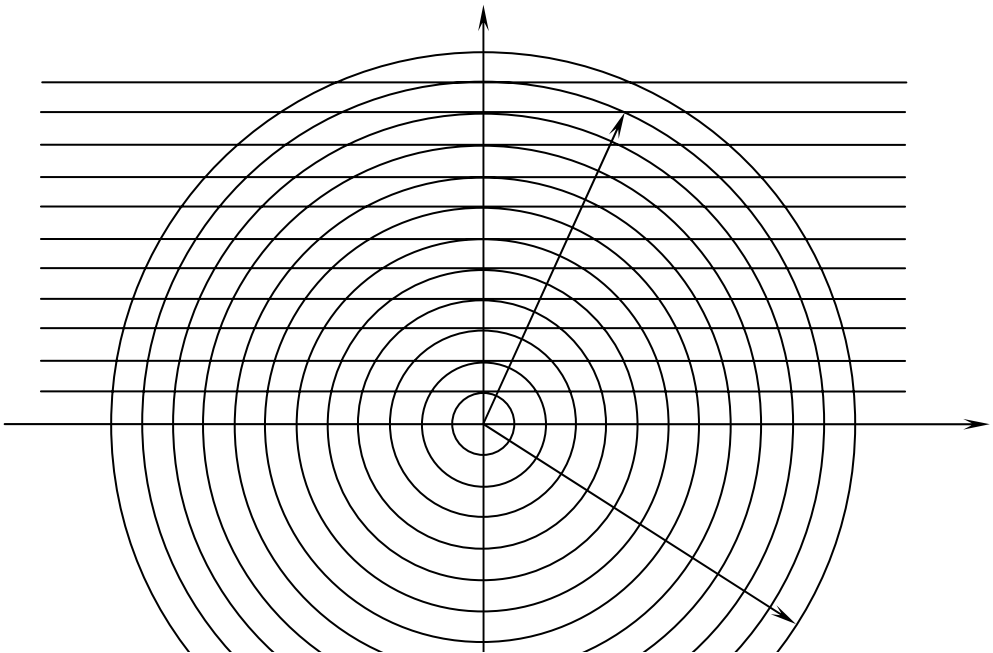


Рис. 1. Разбиение сечения на концентрические зоны

где $\Delta n_j = n_j - n_0$ (заметим, что $r_k = y_k$; в приведенных формулах r_k играет роль гипотенузы соответствующего треугольника, а y_k — катета). В каждом из этих уравнений добавляется неизвестное Δn_j .

Решение заключается в следующем: первое уравнение решается относительно Δn_1 , и результат подставляется во второе. Второе уравнение будет содержать только одно неизвестное Δn_2 и позволит, таким образом, рассчитать его. Подстановка вычисленных значений Δn_1 и Δn_2 в следующее, третье уравнение позволит разрешить его относительно Δn_3 , и т. д. В результате получаем:

$$\Delta n_1 = \frac{\Delta_1}{2\sqrt{r_0^2 - y_1^2}}; \quad (12)$$

$$\Delta n_2 = \frac{1}{\sqrt{r_1^2 - y_2^2}} \left\{ \frac{1}{2} \Delta_2 - \Delta n_1 \left(\sqrt{r_0^2 - y_2^2} - \sqrt{r_1^2 - y_2^2} \right) \right\}; \quad (13)$$

$$\Delta n_k = \frac{1}{\sqrt{r_{k-1}^2 - y_k^2}} \left\{ \frac{1}{2} \Delta_k - \Delta n_1 \left(\sqrt{r_0^2 - y_k^2} - \sqrt{r_1^2 - y_k^2} \right) - \dots - \Delta n_{j-1} \left(\sqrt{r_{j-1}^2 - y_k^2} - \sqrt{r_j^2 - y_k^2} \right) - \dots - \Delta n_{k-1} \left(\sqrt{r_{k-2}^2 - y_k^2} - \sqrt{r_{k-1}^2 - y_k^2} \right) \right\}; \quad (14)$$

$$\Delta n_m = \frac{1}{r_{m-1}} \left\{ \frac{1}{2} \Delta_m - \Delta n_1 (r_1 - r_0) - \dots - \Delta n_{m-1} (r_{m-2} - r_{m-1}) \right\}. \quad (15)$$

$$\Delta n_1 = \frac{\Delta_1}{2\sqrt{r_0^2 - y_1^2}}; \quad (16)$$

$$S_k = \sum_{j=1}^{k-1} \Delta n_j \left(\sqrt{r_{j-1}^2 - y_k^2} - \sqrt{r_j^2 - y_k^2} \right); \quad (17)$$

$$\Delta n_k = \frac{1}{\sqrt{r_{k-1}^2 - y_k^2}} \left(\frac{1}{2} \Delta_k - S_k \right) \quad (k = 2, \dots, m-1);$$

$$S_m = \sum_{j=2}^m \Delta n_{j-1} (r_{j-2} - r_{j-1}); \quad \Delta n_m = \frac{1}{r_{m-1}} \left\{ \frac{1}{2} \Delta_m - S_m \right\}. \quad (18)$$

2. Порядок выполнения работы

Работа выполняется поэтапно. К выполнению следующего этапа допускаются студенты, представившие письменный отчет о выполнении предшествующего этапа.

2.1. Подготовительный этап

Выполняется в лабораторной работе № 7 «сборка и юстировка интерферометра сдвига на основе плоскопараллельной пластины и лазера».

2.2. Получение интерферограмм

Выполняется в лабораторной работе № 7 «сборка и юстировка интерферометра сдвига на основе плоскопараллельной пластины и лазера».

2.3. Определение дополнительной разности хода

Выполняется в лабораторной работе № 8 «получение и обмер интерференционной картины осесимметричного пламени, полученной на интерферометре сдвига».

2.4. Определение изменения оптической длины пути, обусловленное действием исследуемой неоднородности

Выполняется в лабораторной работе № 8 «получение и обмер интерференционной картины осесимметричного пламени, полученной на интерферометре сдвига».

2.5. Расчет поля показателя преломления

Считая пламя осесимметричным, для дальнейшего расчета использовать согласованную с преподавателем часть интерферограммы. Расчет осуществляется на компьютере и контролируется графически с использованием пакета Maple V Release 4. С этой целью на полученной с помощью компьютера кривой $\Phi(x)$ проводится ось симметрии, и используется только одна ветвь этой кривой, в меньшей степени искаженная погрешностями измерений и расчетов. При необходимости выполняется сглаживание этой кривой (в описываемом алгоритме это действие предусмотрено), и по сглаженной кривой составляется таблица: аргумент x – расстояние от оси симметрии, функция y – соответствующее значение $\Phi(x)$. Алгоритм действий:

1. Расчет показателя преломления окружающего воздуха при стандартных условиях, а также и при давлении и температуре воздуха, которые были в момент проведения эксперимента, с использованием таблиц приложения и формулы (6), эту часть расчета можно выполнить и с использованием электронной таблицы Microsoft Excel или Open Office Calc.

2. На основе ранее созданной кусочно-гладкой функции оптической толщины пламени построение сплайна для сглаживания мелких шероховатостей.
 - 2.1. Задание небольшого числа ($N=12$) точек, вблизи которых пройдет сплайн.
 - 2.2. Вычисление шага по x -координате.
 - 2.3. Вычисление координат с этим шагом.
 - 2.4. Вычисление оптических толщин (значений сплайна в точках с этими x -координатами, умноженных на длину волны).
 - 2.5. Создание окончательной сглаживающей функции-сплайна (кубического) по этим точкам.
 - 2.6. Отображение на графике.
3. Приведение к истинному масштабу со сменой нумерации зон от края к центру для приведения нумерации в соответствие с нумерацией в теоретических формулах (16)–(18) по методу Шардина.
4. Создание массива значений изменения оптической длины пути, обусловленного действием пламени, на границах кольцевых зон радиуса.
5. Расчет $(n_0 - n(r))$ методом Шардина.
6. Расчет $(n(r) - 1)$ в зонах по известной n_0 вне пламени и рассчитанным $(n_0 - n(r))$.

Изучить «Методические указания к расчету, осесимметричных полей» и ответить на контрольные вопросы этих методических указаний; выполнить с помощью ЭВМ расчет поля показателя преломления $n(r) - n_0$. Следует иметь в виду, что как $\Phi(x)$, так и $n - n_0 < 0$.

Вычислив показатель преломления воздуха n_0 , рассчитать $n(r) - 1$. Результаты вычислений, включая промежуточные, представить в виде таблиц.

2.6. Расчет поля температуры

Из теории диффузионного горения газов известно, что температура диффузионного горения реагентов равна температуре стехиометрической гомогенной смеси тех же реагентов (если не принимать во внимание потери тепла на диссоциацию продуктов и излучение). Концентрации реагентов в зоне максимальной температуры близки к нулю, а в окрестности этой зоны растут по мере удаления от нее по линейному закону (концентрация горючего растет

во внутренней области, охватываемой пламенем, концентрация окислителя – во внешней области).

Максимальной температуре приблизительно соответствует наименьшее значение показателя преломления. В этой точке парциальное давление p_{np} продуктов равно атмосферному. По мере удаления из зоны пламени оно уменьшается до нуля. Формула (5) может быть переписана следующим образом:

$$n - 1 = \frac{p_B}{p_0} \frac{T_0}{T} [n_B(p_0, T_0) - 1] + \frac{p_{np}}{p_0} \frac{T_0}{T} [n_{np}(p_0, T_0) - 1],$$

где p_B – парциальное давление влажного воздуха, p_{np} – парциальное давление продуктов, $p_B + p_{np} = p$, $n_B(p_0, T_0)$ и $n_{np}(p_0, T_0)$ – соответственно показатели преломления влажного воздуха и продуктов при температуре T_0 , давлении p_0 . Полагая

$$p_B = p \frac{r - r_M}{r_H - r_M} \quad \text{при} \quad r_H \leq r \leq r_M,$$

где r_H – радиус неоднородности (пламени), r_M – расстояние от оси симметрии пламени до точки с максимальной температурой (как правило, это середина пламени, так что $r_M = 0$), по формуле

$$T = T_0 \frac{(p_B/p_0)[n_B(p_0, T_0) - 1] + (p_{np}/p_0)[n_{np}(p_0, T_0) - 1]}{(n - 1)},$$

рассчитать распределение температуры $T(r)$ в пламени для области $r_H \leq r \leq r_M$ и представить результат расчета на графике.

3. Указания по мерам безопасности

При работе с лазером недопустимо прямое или зеркально отраженное попадание лазерного излучения в глаза. Необходимо соблюдать общие меры предосторожности, принятые при работе с электричеством. Прежде всего, необходимо следить за правильным размещением кабелей и другой электропроводки между источником питания и лазером: на лазер подается питание в несколько киловольт.

4. Контрольные вопросы и задания

1. Как выражается показатель преломления смеси газов через молекулярные рефракции, молярные и относительные молярные концентрации компонентов?

2. Рассчитать показатель преломления воздуха при температуре, атмосферном давлении и влажности воздуха на день проведения эксперимента.
3. Рассчитать показатель преломления продуктов горения спирта при нормальных условиях.
4. Что понимается под слабой оптической неоднородностью? Что такое эйконал? Что характеризуют функция когерентности, комплексная степень когерентности?

5. ЛИТЕРАТУРА

1. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1979. – 928 с.
2. Калитеевский Н.И. Волновая оптика. – М.: Высшая школа, 1978. – 364 с.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. – М.: Наука, 1980. – 752 с.
4. Зимин В.Д. Оптические методы исследований прозрачных неоднородностей: Учебное пособие по спецкурсу. – Пермь: Изд-во Пермского университета, 1976. – 92 с.
5. Хауф В., Григуль У. Оптические методы в теплопередаче. – М.: Мир, 1973. – 240 с.
6. Оптические методы исследований в баллистическом эксперименте / Под ред. Мишина. – Л.: Наука, 1979. – 230 с.
7. Иоффе Б.В. Рефрактометрические методы химии. – Л.: Химия, 1983. – 352 с.

6. ПРИЛОЖЕНИЕ

Абсолютные показатели преломления некоторых газов и паров при нормальных условиях (температура 0 °С, давление 101,325 кПа) для линии D натрия ($\lambda_D=0,5893$ мкм), а также константы A и B в формуле Коши.

Таблица 1

Газ или пар	$(n - 1) \cdot 10^6$	$A \cdot 10^6$	$B \cdot 10^4, \text{ мкм}^2$
Азот	297	290,6	77
Аргон	284	279,2	56
Вода	252	243,5	87,2
Углекислота	450		
Кислород	272	266,3	50,7

Состав сухого воздуха

Таблица 2

Газ	Относительная молярная концентрация C_k
Азот	0,7809
Кислород	0,2095
Аргон	0,00933
Углекислота	$30 \cdot 10^{-5}$
Неон	$1,8 \cdot 10^{-5}$
Гелий, метан, криптон, водород и т. д.	менее 10^{-5}

Давление насыщенного пара

Таблица 3

Температура, °С	14	16	18	20	22	24	26	28
Давление, кПа	1,597	1,817	2,062	2,337	2,642	2,982	3,360	3,778