

Работа № 8. Измерение длины волны света гелий-неонового лазера по интерференционной картине от бипризмы Френеля, двойной щели и плоскопараллельной пластины

Цель работы: Ознакомление с явлением интерференции света, способами получения когерентных источников света и определение длины световой волны по интерференционной картине.

Принадлежности: Источник света (гелий-неоновый лазер), микροобъектив с экраном, бипризма Френеля, двойная щель, плоскопараллельная пластина, вспомогательная линза, экран.

1. Краткая теория

Свет представляет собой сложное явление: в одних случаях он себя как электромагнитная волна, в других – как поток особых частиц (фотонов). Многие оптические явления, такие, как интерференция и дифракция, отражение и преломление, двойное лучепреломление др., хорошо описываются электромагнитной теорией и составляют разделы волновой оптики.

Плоская электромагнитная волна, распространяющаяся, например, вдоль оси X , описывается уравнениями

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx + \alpha), \quad \vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx + \alpha).$$

В электромагнитной волне колеблются два вектора: напряженности электрического и напряженности магнитного полей, причем в изотропной среде оба вектора взаимно перпендикулярны направлению распространения волны (в нашем случае – оси X), т. е. электромагнитная волна является поперечной. Как показывает опыт, физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое и другие действия света вызываются колебаниями электрического вектора.

Значение начальной фазы определяется моментом начала излучения световой волны и соответствующим выбором начал отсчета t , x и может быть сделано равным нулю. При совместном рассмотрении нескольких волн сделать так, чтобы для всех них начальные фазы обратились в нуль, как правило, не удастся.

В фиксированной точке пространства вектор напряженности электрического поля \vec{E} является периодической функцией времени с периодом T , таким, что $\omega T = 2\pi$. Таким образом, круговая частота света ω связана с периодом колебаний T и линейной частотой ν соотношением

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu.$$

В заданный момент времени вектор электрического поля является периодической в пространстве функцией с пространственным периодом λ , таким, что $k\lambda=2\pi$. Обычно λ называется длиной световой волны. Вектор \vec{k} , величина которого $k=2\pi/\lambda$ (волновое число), а направление совпадает с направлением распространения волны, называют волновым вектором. При распространении плоской волны вдоль оси X в вакууме вектор электрического поля имеет в точке x первоначальное значение (соответствующее $t=0, x=0$) в момент времени t , удовлетворяющий соотношению $t-x/c=0$, где c – скорость распространения электромагнитной волны, или $t-(k/\omega)x=0$; отсюда мы имеем связь между ω и k :

$$k/\omega = 1/c; \quad \lambda = cT; \quad v = c/\lambda.$$

Видимый свет представляет из себя электромагнитные волны, имеющие период колебаний T в пределах от $1,2 \cdot 10^{-15}$ с до $2,6 \cdot 10^{-15}$ с, что соответствует длине волны $\lambda = 380 \text{ нм} \div 780 \text{ нм}$. Длина волны в оптике обычно измеряется в нанометрах ($1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$) в микрометрах ($1 \text{ мкм} = 10^{-6} \text{ м}$) или в ангстремах, $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$.

Интерференция света – явление, заключающееся в том, что при наложении двух или более световых волн с одинаковой частотой и поляризацией (т. е. одинаковым направлением вектора \vec{E}) в различных точках пространства происходит усиление или ослабление результирующей амплитуды световых колебаний в зависимости от соотношения между фазами колебаний световых волн в этих точках. При наложении волн суммарный вектор электрической напряженности \vec{E} равен алгебраической сумме колебаний каждой волны в отдельности: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.

Если $\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \cos(\omega t + \varphi_1)$, а $\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \cos(\omega t + \varphi_2)$, где $\vec{E}_{01}, \vec{E}_{02}$ – амплитуды волн, φ_1, φ_2 – фазы волн, то результирующая волна имеет ту же самую частоту ω и поляризацию, а ее амплитуда \vec{E}_0 зависит от сдвига фазы $\varphi, \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$:

$$E_0 = \sqrt{E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}.$$

Наибольшая величина амплитуды, равная $E_{01} + E_{02}$, достигается при разности фаз $\varphi = 2m\pi$ (m – целое число), а наименьшая, равная $|E_{01} - E_{02}|$, при $\varphi = 2(m+1)\pi$,

Если интерферирующие волны исходят от двух точечных источников, дающих световые колебания в одинаковой фазе, то разность волн, приходящих от источников в какую-либо точку однородной сре-

ды, равна $\varphi = (2\pi/\lambda) \cdot (R_2 - R_1)$, где $R_2 - R_1$ – разность расстояний от точки наблюдения до источников. Так как разность хода между ми лучами $\Delta = R_2 - R_1$ не остается постоянной для всех точек наблюдения, то в пространстве возникают интерференционные полосы, чередующиеся максимумы и минимумы амплитуды результирующей волны. Наиболее четкая картина интерференции света наблюдается при равенстве амплитуд. В этом случае, т. е. при $\vec{E}_{01} = \vec{E}_{02}$, суммарная амплитуда равна $2\vec{E}_{01}$, а минимальное значение равно нулю.

Рассмотрим теперь вопрос, почему разность начальных фаз может быть не постоянной. Для этого нужно вспомнить, что источниками света являются атомы. В процессе теплового движения атомы соударяются, и при неупругом соударении переходят в так называемые возбужденные состояния, в которых энергия, полученная атомом при столкновении (за вычетом кинетической энергии самого атома), передается электрону внешней электронной оболочки атома. Электрон из своего наинизшего состояния, в котором электрон имел наименьшее возможное энергии, переходит на более высокий энергетический уровень. В таком возбужденном состоянии атом пребывает очень короткое время, и электрон возвращается в свое основное состояние, излучая при этом световые кванты. В волновой оптике световой квант может рассматриваться как цуг волны, т. е. как «кусочек» монохроматической волны с определенной частотой ω и длиной l' , определяемой из соотношения $l' = v\tau_{\text{изл}}$, где v – скорость распространения волны в данной среде, $\tau_{\text{изл}}$ – время перехода электрона с одного энергетического уровня на другой, которое можно трактовать как время излучения данного цуга.

Поэтому свет никогда не бывает строго монохроматическим, и его амплитуда и фаза флуктуируют непрерывно и так быстро, что ни глаз, ни обычный физический детектор не могут уследить за их изменениями. В различных условиях опыта время $\tau_{\text{изл}}$ лежит в пределах $10^{-12} \div 10^{-8}$ с, то есть в любом случае оно много больше периода T световой волны ($T \sim 10^{-15}$ с) и много меньше времени регистрации интерференционной картины. При $\tau_{\text{изл}} = 10^{-10}$ с, например, создается волновой цуг конечной протяженности порядка $c\tau = 3 \cdot 10^{-2}$ м = 3 см.

Практически все атомы в веществе излучают волновые цуги независимо один от другого (исключение составляет лазер), каждый i -й цуг имеет свою произвольную начальную фазу α_i и быть описан выражениями

$$\vec{E}_i = \vec{E}_{0i} \cos(\omega t - kx + \alpha_i), \text{ где } \vec{E}_{0i} = \begin{cases} 0, & t < t_i \text{ или } t > t_i + \tau_{\text{изл}}; \\ \text{const} & \text{при } t_i \leq t \leq t_i + \tau_{\text{изл}}. \end{cases}$$

Таким образом, на практике вместо интерференции двух монохроматических волн мы дело с множеством коротких волновых цугов. При наложении одного цуга на другой в плоскости наблюдения возникает кратковременная интерференционная картина с определенным положением максимумов, но уже в следующий момент для другой пары цугов соотношение между их начальными фазами будет другим, и интерференционная картина сместится. В результате экран будет выглядеть равномерно освещенным, без всяких интерференционных полос из-за многократного случайного смещения полос в поперечном направлении на произвольное расстояние в пределах от $-\mathcal{B}$ до \mathcal{B} , где \mathcal{B} – ширина интерференционной полосы, в течение времени регистрации прибором или зрительным нервом. Таким образом, интерференционной картины от независимых источников получить нельзя. Независимые источники называются некогерентными.

Интерференцию света можно получить, если световую волну, испускаемую атомом, расщепить на две или более когерентные волны. Если два световых пучка происходят от одного источника, то возникающие в пучках флуктуации, вообще говоря, *коррелированы* (согласованы), и о таких пучках говорят, что они полностью или частично *когерентны* в зависимости от того, будет ли эта корреляция полной или частичной.

После совмещения расщепленных волн можно наблюдать интерференционную картину. Так как устойчивую интерференционную картину можно получить только от цугов волн, относящихся к одному и тому же акту испускания света атомом, то разность хода Δ между расщепленными цугами не должна превышать длины цуга l' . Средняя длина цуга волны называется длиной когерентности источника, а время $\tau_{\text{изл}}$, за которое свет проходит расстояние l' , или, что то же, среднее время испускания одного цуга, называется временем когерентности. Когерентность волн, связанная со средней длительностью излучения цугов волн, называется временной.

Четкость интерференционной картины зависит также от размеров источника света. При значительных размерах источника картина интерференции является наложением расщепленных когерентных волн от разных точек источника. Если одна пара лучей дает минимум, то другая пара при интерференции может дать максимум, в результате чего интерференционные полосы могут сильно размываться или исчезнуть вовсе. Источники света, если они достаточно малы, чтобы получить интерференционные полосы, называются пространственно когерентными.

При одном и том же расположении источников света и места наблюдения интерференционная картина зависит от длины волны, так как на одном и том же пути R происходит различный набег фазы φ в зависимости от длины волны света. В результате этого максимумы интерференционной картины, соответствующие различным длинам волн, будут расположены в различных местах. Поэтому для получения интерференционной картины необходимо иметь излучение ограниченного интервала спектра. Это осуществляется применением узкополосных светофильтров (например, интерференционных), монохроматоров, лазерных источников света.

Пусть точечные источники света S_1 и S_2 находятся в точках P_1 и P_2 , а интерференционная картина рассматривается в плоскости XY , проходящей через начало координат ($z=0$), причем расстояние между источниками значительно меньше расстояния от источника до экрана (плоскости наблюдения). Разность фаз в точке наблюдения $P(x, y, 0)$ равна $\varphi = 2\pi(R_2 - R_1)/\lambda$, где R_1 и R_2 – соответственно расстояния от точек P_1 и P_2 до точки P . Если выбрать расположение источников, как на рис.1, то

$$R_1 = P_1P = \sqrt{x^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2 + L^2}; \quad R_2 = P_2P = \sqrt{x^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 + L^2};$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} L \left[\sqrt{\frac{x^2 + (y + d/2)^2}{L^2} + 1} - \sqrt{\frac{x^2 + (y - d/2)^2}{L^2} + 1} \right].$$

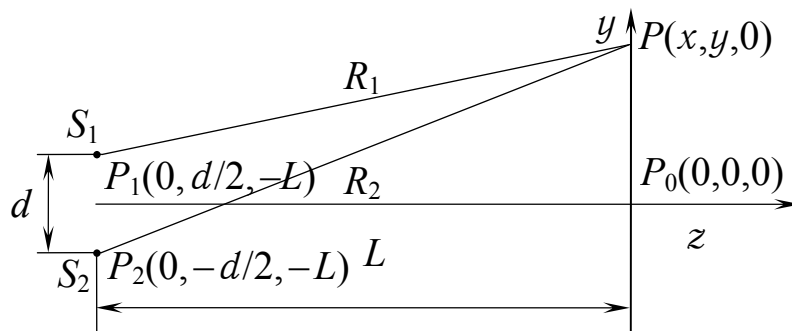


Рис. 1. Интерференция света от двух точечных источников.

Пусть теперь расстояние L много больше расстояния d между источниками. Если ограничиться рассмотрением интерференционной картины в окрестности точки $P_0(0,0,0)$, то при условии $\sqrt{x^2 + y^2} \ll L$, разложив корни в ряд Маклорена

$$\sqrt{1 + \alpha} = 1 + \alpha/2 + \alpha^2/8 + \dots,$$

и ограничившись двумя первыми членами разложения, получим

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} y \frac{d}{L}.$$

Из условия наблюдения максимумов интерференции $\varphi = 2m\pi$ определим координаты и форму светлых интерференционных полос

$$y = m\lambda L/d, \quad |m| = 0, 1, 2, \dots,$$

т. е. интерференционные полосы будут прямыми, параллельными оси X (т. к. координата x не входит в полученное выражение и картина интерференции наблюдается в плоскости $z = \text{const} = 0$). Расстояние \mathcal{B} между центрами соседних светлых полос называется шириной интерференционной полосы, и она будет равна

$$\mathcal{B} = y_{m+1} - y_m = \lambda L/d.$$

Поэтому, измерив \mathcal{B} , L и d , можно найти длину волны света

$$\lambda = \mathcal{B} d/L.$$

2. Порядок выполнения работы

Рассмотрим получение и наблюдение интерференционной картины вначале с помощью бипризмы Френеля. В этом способе получения интерференционной картины (как и в двух следующих) точечным источником света является передний (с точки зрения его конструкции) фокус микробъектива. С обратной стороны на микробъектив падает световая волна, генерируемая лазером, собирается микробъективом в одной точке – переднем фокусе – и играет роль точечного источника.

Бипризма представляет собой две призмы с малыми преломляющими углами θ , сложенные основаниями (рис. 2). Падающий от точечного источника S пучок света после преломления в бипризме разделяется на два перекрывающихся пучка, как бы исходящих из двух мнимых изображений источника S'_1 и S'_2 . Преломляющие углы бипризмы должны быть очень малыми для того, чтобы обеспечить малое расстояние $S'_1 S'_2$ и, следовательно, широкие полосы интерференции. Эти мнимые источники S'_1 и S'_2 когерентны, поэтому в пространстве за бипризмой будет наблюдаться интерференционная картина, локализованная во всей области пересечения пучков.

Световые лучи отклоняются бипризмой на угол $\alpha' \approx (n-1)\theta$, где n – показатель преломления стекла. Поэтому расстояние между источниками будет равно: $d = 2p \sin \alpha' \approx 2p \alpha' \approx 2p(n-1)\theta$.

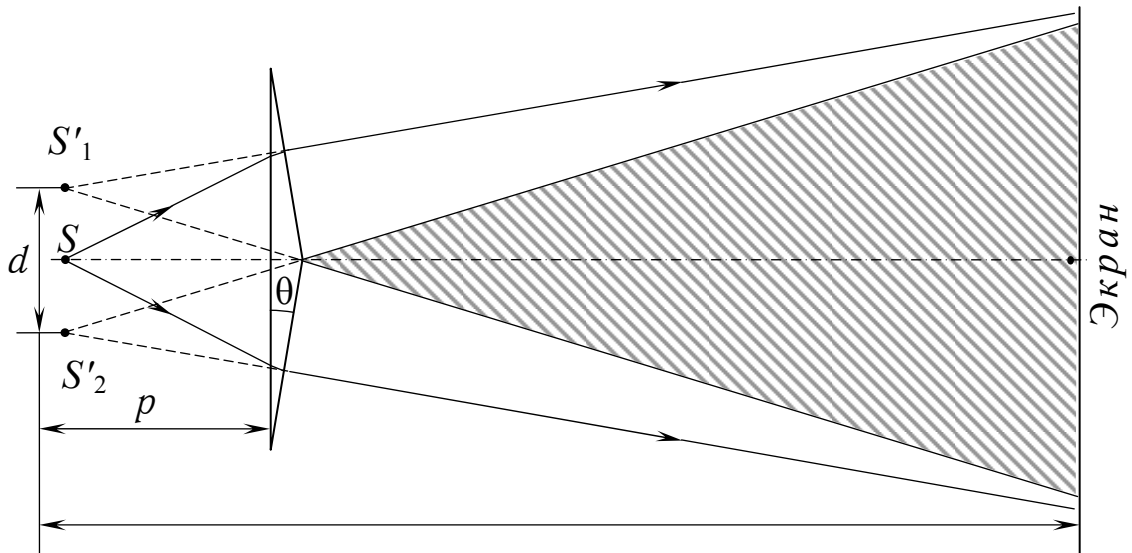


Рис. 2. Интерференционная схема с бипризмой Френеля.

Измерение длины волны по интерференционной картине, получаемой с помощью бипризмы Френеля

Измерения. Бипризма помещается на расстоянии 3–4 см от микрообъектива, при этом на экране возникает отчетливая интерференционная картина. Для более точного измерения ширины полосы следует взять 7–10 светлых полос, с помощью линейки измерить расстояние, которое они занимают, и это расстояние разделить на число полос, но прежде чем измерять ширину полосы нужно убедиться в том, что на экране удастся получить изображения мнимых источников: для определения расстояния между мнимыми источниками необходимо воспользоваться вспомогательной линзой, с помощью которой получают на экране изображения мнимых источников. Для этого следует поставить рейтер с линзой на рельс и приблизить его к бипризме, при этом, возможно, бипризму придется передвинуть еще ближе к микрообъективу. Расстояния между мнимыми источниками d и их изображениями d' связаны соотношением

$$\left| \frac{d'}{d} \right| = \frac{a' - f'}{f'} \quad \text{или} \quad |d| = \left| \frac{d' f'}{a' - f'} \right|,$$

вытекающим из формулы линзы и геометрических построений.

С помощью линейки измеряют на экране d' и расстояние от линзы до экрана a' , а также расстояние L от точечного источника до экрана. Рабочая формула для вычисления длины волны принимает вид

$$\lambda = \frac{d'}{L} \cdot \frac{f'}{a' - f'} \cdot \frac{h}{N}.$$

Фокусное расстояние линзы $f' = 110$ мм, h – расстояние на экране, которое занимает N полос. Таким образом, $h/N = \mathcal{B}$. Таким способом существенно повышается точность измерения ширины полосы по сравнению с измерением расстояния между двумя соседними максимумами или минимумами. Данные измерений занести в таблицу. Рассчитать ошибки измерений.

Опыт Юнга

Измерения. Рассмотрим теперь интерференционную картину, получаемую с помощью двойной щели (опыт Юнга). В этом случае на место бипризмы Френеля ставится двойная щель. Свет, проходя через узкую щель, в результате дифракции отклоняется от первоначального распространения, и на экране мы можем видеть две дифракционные картины от двух щелей. При удалении двойной щели от точечного источника на 15–20 см эти дифракционные картины, расширяясь и сближаясь, накладываются друг на друга и дают четкую картину интерференции. Здесь каждая щель играет роль источника света. Расстояние и между этими когерентными источниками измерено под микроскопом и указано на рабочем месте. Интерференционную картину можно еще улучшить, если на пути света перед двойной щелью поставить линзу, коллимирующую¹ световой пучок.

Измерения проводятся в следующем порядке. С помощью линейки определяется расстояние, которое занимают 7–10 полос, и подсчитывается число этих полос N . Линейкой измеряется расстояние L_1 от двойной щели до экрана, и по формуле

$$\lambda = \mathcal{B} \frac{d}{L_1} = \frac{h}{N} \cdot \frac{d}{L_1}$$

рассчитывается длина волны. Данные также заносятся в таблицу и рассчитываются ошибки измерений.

Измерение длины волны по интерференционной картине от плоскопараллельной пластины

Рассмотрим получение и наблюдение интерференционной картины с помощью плоскопараллельной пластины.

Точечный источник света – сфокусированное микрообъективом лазерное излучение – находится приблизительно в плоскости экрана, на котором наблюдаются интерференционные полосы. Отраженный от

¹ Коллимировать – означает превращать расходящуюся световую волну в плоскую.

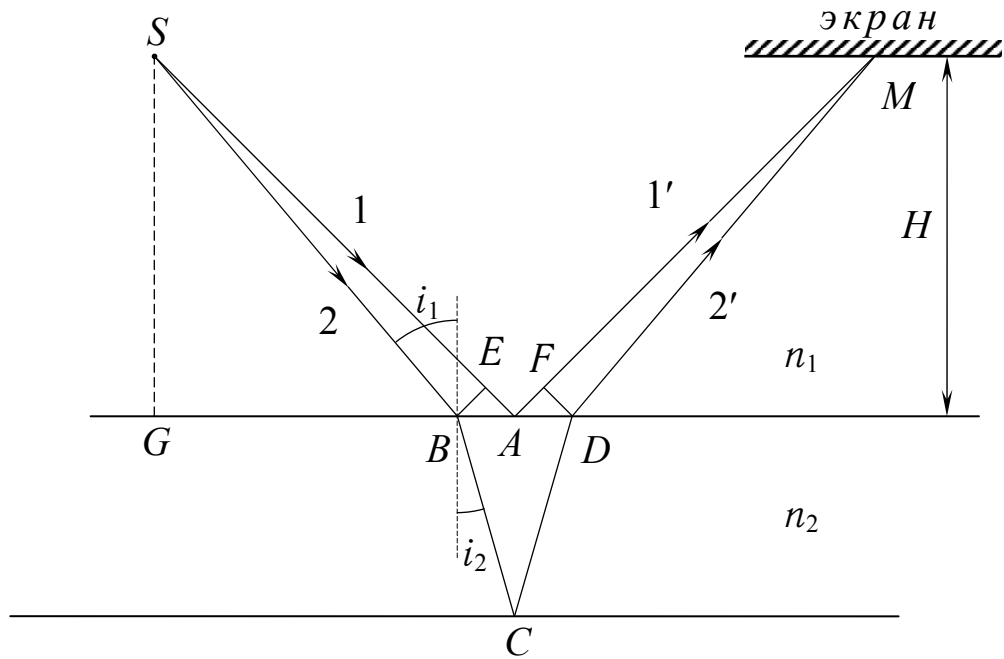


Рис. 3. Плоскопараллельная пластинка, освещенная точечным источником света.

обеих поверхностях пластинки свет виден как бы исходящим из двух мнимых точечных источников, находящихся на перпендикуляре к плоскости пластинки. Такое расположение когерентных точечных источников, в силу очевидной осевой симметрии, дает кольцевую систему интерференционных полос.

Получим расчетные соотношения для случая интерференции в тонких пленках. Если в предыдущих двух способах для формирования когерентных волн осуществлялось деление волнового фронта, то при интерференции в пленках происходит деление амплитуды волны. Свет от удаленного источника S падает на поверхность пленки (рис. 3), частично отражается в точке A для луча 1, и отраженный луч $1'$ попадает на экран. В эту же точку M экрана попадает луч $2'$, отраженный от нижней поверхности пленки в точке C . При отражении от оптически более плотной среды волна в момент отражения претерпевает скачок фазы, равный π . При отражении от оптически менее плотной среды скачка фазы не происходит. Луч 2 вышел из той же точки источника, что и луч 1, поэтому, если толщина пленки не слишком велика, обе волны когерентны и способны к интерференции. Разность фаз между этими волнами равна

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_2}(BC + CD) - \frac{2\pi}{\lambda_1}(EA + AF) \pm \pi,$$

где учтены скачок фазы на π при отражении от оптически более плотной среды (стекла, например) в точке A и тот факт, что длина волны при

распространении света в различных средах различна: $\lambda = vT$, где v – скорость света в данной среде, $v = c/n$, n – показатель преломления данной среды, c – скорость электромагнитной волны в вакууме. Если i_1 – угол падения луча 2, i_2 – угол преломления, и клиновидность пленки незначительна, h – толщина пленки в окрестности точки A , имеем следующие соотношения:

$$BC = CD = \frac{h}{\cos i_2}; \quad \lambda_2 = v_2 T = \frac{cT}{n_2} = \frac{\lambda_0}{n_2};$$

$$BA = AD = h \operatorname{tg} i_2; \quad EA = AF = DA \sin i_1; \quad \lambda_1 = \lambda_0 / n_1;$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left(n_2 \frac{2h}{\cos i_2} - 2n_1 h \operatorname{tg} i_2 \sin i_1 \right) \pm \pi.$$

Учитывая закон преломления $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$, получим

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2hn_2 \left(\frac{1}{\cos i_2} - \frac{\sin i_2}{\cos i_2} \sin i_2 \right) \pm \pi = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2hn_2 \frac{1 - \sin^2 i_2}{\cos i_2} \pm \pi,$$

или

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2hn_2 \cos i_2 \pm \pi.$$

На экране будут наблюдаться светлые полосы (в случае точечного источника) при условии $\Delta\varphi = 2m\pi$, или

$$2hn_2 \cos i_2 = m\lambda_0 \mp \lambda_0/2 = (m \mp 1/2)\lambda_0.$$

где $\lambda_0 = cT$ – длина световой волны в вакууме. Если пленка ограничена плоскостями, интерференционные полосы на экране, параллельном пленке, будут иметь форму концентрических окружностей с центром в точке S . В случае использования плоскопараллельной пластины вместо пленки положение полос определяется наклоном лучей 1 и 2 относительно нормали к поверхности пластины (углом i_1 или i_2); получаемая интерференционная картина носит название «полос равного наклона». Радиус полос ρ_m , очевидно, будет равен (с учетом того что для малых углов $\operatorname{tg} i_1 \approx \sin i_1$)

$$\rho_m = 2H \operatorname{tg} i_1 \approx 2H \sin i_1 = 2H(n_2/n_1) \sin i_2.$$

Последнее равенство можно получить из рис. 3, т. к. $\rho_m = SM/2 = GA$.

С другой стороны,

$$\cos i_2 = \sqrt{1 - \sin^2 i_2} \approx 1 - \frac{1}{2} \sin^2 i_2; \quad \sin i_2 \approx \frac{n_1}{n_2} \frac{\rho_m}{2H}.$$

тогда

$$\left(m \mp \frac{1}{2}\right)\lambda_0 = 2hn_2 \left(1 - \frac{1}{2}\sin^2 i_2\right) = 2hn_2 \left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{\rho_m}{2H}\right)^2\right].$$

Заметим отсюда, что наибольший порядок интерференции m наблюдается при наименьшем ρ_m , т. е. вблизи центра симметрии интерференционной картины. Для другого порядка интерференции l аналогичное выражение

$$\left(l \mp \frac{1}{2}\right)\lambda_0 = 2hn_2 \left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{\rho_l}{2H}\right)^2\right]$$

в сочетании с предыдущим дает возможность связать длину волны λ_0 с измеряемыми величинами ρ_m :

$$(m - l)\lambda_0 = hn_2 \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \frac{\rho_l^2 - \rho_m^2}{4H^2}.$$

Если измерения выполняются в атмосфере воздуха, то $n_1 \approx 1$ и

$$\lambda_0 = \frac{h}{4n_2H^2} \cdot \frac{(\rho_l - \rho_m) \cdot (\rho_l + \rho_m)}{m - l}.$$

Измерения проводятся в следующем порядке. Плоскопараллельная пластинка располагается перпендикулярно оптической оси на расстоянии свыше 20 см от микрообъектива с экраном. С помощью линейки измеряется расстояние H от экрана до плоскопараллельной пластинки. Измерить радиусы двух интерференционных полос вблизи центра картины и радиусы 5-ти полос с порядковым номером (считая от центра) примерно 30. Учитывая, что $n_1 = 1,51 \pm 1\%$, вычислить длину волны λ_0 для десяти различных комбинаций ρ_m и ρ_l , результаты расчета обработать как статистическое измерение: найти среднее значение и его статистическую погрешность. Толщина пластины h указана на рабочем месте. Результаты измерений представить в виде таблицы 1.

Таблица 1

m	ρ_m	λ	
		$l=1$	$l=2$
26			
27			
28			
29			
30			

3. Контрольные вопросы

1. Что называется волной? Напишите уравнения плоской и сферической волны.
2. Почему амплитуда сферической волны убывает как $1/r$? Объясните это на основе закона сохранения энергии.
3. В чем заключается явление интерференции?
4. Что такое когерентность? Можно ли получить две частично когерентные волны от электрической лампы накаливания?
5. Что такое пространственная когерентность? Можно ли использовать солнце в качестве пространственно когерентного источника?
6. Вывести формулы для условий максимума и минимума интенсивности при интерференции когерентных волн.
7. Как практически можно получить когерентные источники?
8. Какие выводы можно сделать из результатов опыта?
9. Какие ограничения на допустимую толщину плоскопараллельной пластинки накладывает некогерентность света (длины волн λ занимают диапазон $\Delta\lambda$)?
10. Можно ли в последнем опыте применять протяженный источник и при каких условиях?
11. Сравните *все три использованных метода* измерения длины волны света по точности и по предъявляемым ими требованиям к когерентности света.

Библиографический список

1. Ландсберг Г.С. Оптика. М.: Наука, 1976. – 926с.
2. Годжаев Н.М. Оптика. М.: Высшая школа, 1977. – 432с.
3. Калитеевский Н.И. Волновая оптика. – М.: Высшая школа, 1978. – 364 с.
4. Бутиков Е.И. Оптика. М.: Высшая школа, 1986. – 512с.
5. Ахманов С.А. Физическая оптика. М.: изд-во МГУ, 2004. –656 с.
6. Матвеев А.Н. Оптика. М.: Высшая школа, 1985. – 351с